高校应用数学学报
2024, 39(1): 121-126

具有正负系数的分数阶微分方程非振动解的存在性

赵环环, 刘有军*, 康淑瑰

(山西大同大学 数学与统计学院, 山西大同 037009)

摘 要: 考虑了一类具有正负系数的分数阶中立型微分方程, 利用Banach压缩映像原理获得了其一个新的非振动解的存在的充分条件.

关键词: 分数阶; Liouville导数; 分布时滞; 非振动解; 不动点定理

中图分类号: O175

文献标识码: A **文章编号**: 1000-4424(2024)01-0121-06

§1 引 言

近三十年, 在材料科学, 化学物理, 石油勘探, 反常扩散, 粘弹性, 控制科学, 电磁理论甚至金融领域涌现了许多分数阶微分方程模型, 也吸引了众多学者的研究, 取得了经典的结果, 见[1-2]. 鉴于以上原因, 学者们将对微分方程振动理论的研究工作重心由整数阶转移到了分数阶. 前期笔者注意到了一类中立型整数阶微分方程非振动解的存在性的相关文献, 例如[3-11]. 从以上文献中体现的方程的发展历程来看, 它们的中立型部分主要讨论的都是离散时滞的, 且主要研究思路比较相似, 表现为将中立型部分的系数分成$(-\infty,-1),(-1,0),(0,1),(1,+\infty)$四种情形, 并在每一种情形下通过构造不同的算子来证明, 但是对于中立型部分带分布时滞的情形的文献所见不多.

在2013年, Candan[11]讨论了一阶中立型带分布时滞微分方程

$$\left[(x(t)-\int_a^b p_2(t,\xi)x(t-\xi)\mathrm{d}\xi)^{\gamma}\right]'+\int_c^d Q_2(t,\xi)G(x(t-\xi))\mathrm{d}\xi=0, \tag{1}$$

这里γ是两个正奇数的比, 但是他仅仅研究了系数是$0<\int_a^b p_2(t,\xi)\mathrm{d}\xi<1$的情形, 这让作者产生了极大的兴趣. 通过认真分析, 了解到按照传统的算子构造方法, 在推导过程中, 出现了下面的在数学上不可逾越的困难, 即$x(t-\theta)\times\int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta\neq\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta$, 另外注意到了周

收稿日期: 2022-09-05 修回日期: 2023-07-05

*通讯作者, E-mail: lyj9791@126.com

基金项目: 国家自然科学基金(61803241; 11871314); 山西省自然科学基金(201901D111314); 山西大同大学基础研究项目(2022K8)

等[12]研究了常系数分数阶微分方程
$$D_t^\alpha\left[x(t)+cx(t-\tau)\right]'+\sum_{i=1}^{m}P_i(t)F_i(x(t-\sigma_i))\mathrm{d}\sigma=0,$$
同样得到了非振动解存在的充分条件, 这些都促使作者开展了对此类方程的进一步研究. 本文将分数阶应用在此类方程中, 并打破了传统算子的构造, 克服了以上困难, 得到了带分布时滞的系数$\int_a^b p_2(t,\xi)\mathrm{d}\xi$在上述四种情况下非振动解的存在的充分条件.

本文考虑分数阶中立型微分方程
$$D_t^\alpha\left([\varPhi(r(t)x(t)+\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta)]'\right)-q_1(t)g_1(x(t-\tau))$$
$$+q_2(t)g_2(x(t-\sigma))=h(t),\tag{2}$$
这里D_t^α是阶数$\alpha\geq 0$的在半轴上Liouville分数阶导数, $0<a<b,\tau>0,\sigma>0,p\in C\big([t_0,\infty)\times[a,b],\mathbf{R}\big),r,q_i\in C\big([t_0,\infty),\mathbf{R}^+\big),h\in C\big([t_0,\infty),\mathbf{R}\big)$, $\varPhi(u)\in C(\mathbf{R},\mathbf{R})$, 关于$u$的连续递增的实奇函数, 且$\varPhi^{-1}(u)$满足局部Lipischitz条件, $g_i\in C(\mathbf{R},\mathbf{R}),g_i(u)$满足局部Lipischitz条件, 对$u\neq 0$,有$ug_i(u)>0,i=1,2$.

本文将会用到以下定义, 性质和记号.

定义1 若存在充分大的$t_1>t_0$, 对于$x(t)\in C([t_1-\mu,\infty),\mathbf{R})$, 使得
$$D_t^\alpha\left([\varPhi(r(t)x(t)+\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta)]'\right)$$
在$[t_0,\infty)$上存在, 且满足方程(2), 则$x(t)$为方程(2)的解.这里$\mu=\max\{b,\tau,\sigma\}$.

定义2 若方程(2)的一个解有任意大的零点, 则称其为方程(2)的振动解, 否则称为非振动解.

定义3[1] 在半轴上的Liouville分数阶积分定义为
$$D_t^{-\alpha}f(t)=\frac{1}{\Gamma(\alpha)}\int_t^\infty(s-t)^{\alpha-1}f(s)\mathrm{d}s,$$
这里$t\in\mathbf{R}$和$\alpha\in[0,\infty)$.

定义4[1] 在半轴上的Liouville分数阶导数定义为
$$D_t^\alpha f(t)=\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}(D_t^{-(n-\alpha)}f(t))=\frac{1}{\Gamma(n-\alpha)}\frac{\mathrm{d}^n}{\mathrm{d}t^n}\int_t^\infty(s-t)^{n-\alpha-1}f(s)\mathrm{d}s,$$
这里$n=[\alpha]+1,\alpha\in[0,\infty),[\alpha]$定义的是$\alpha$的整数部分. 特别地, 如果$\alpha=n\in N$, 则$D_t^n f(t)=f^{(n)}(t)$, 这里$f^{(n)}(t)$是$f(t)$在通常意义下的$n$阶导数.

性质1[1] 对$\alpha>0$,
$$D_t^\alpha(D_t^{-\alpha}f)(t)=f(t).$$
本文中用到下面的记号. 记L_i分别是函数g_i定义在集合A上的Lipischitz常数, K是函数$\varPhi^{-1}(u)$的Lipschitz常数, 分别地, $L=\max\{L_1,L_2\},\beta_i=\max\limits_{x\in A}g_i(x),i=1,2$.

§2 主要结果

定理 假设
$$\int_t^\infty s^\alpha q_i(s)\mathrm{d}s<\infty,i=1,2,\int_t^\infty s^\alpha h(s)\mathrm{d}s<\infty,\tag{3}$$
且满足下面情形之一,

$$\text{(a)}\quad 0 \le \int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta < 1, \qquad \text{(b)}\quad -1 < \int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta \le 0,$$
$$\text{(c)}\quad 1 < \int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta < +\infty, \qquad \text{(d)}\quad -\infty < \int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta < -1,$$

则方程(2)存在一个有界的非振动解.

证 令Λ是所有定义在$[t_0,\infty)$上的具有上确界范数$\|x(t)\| = \sup\limits_{t_0\le t<+\infty}|x(t)|$的有界连续函数的全体, 则易知$\Lambda$是一个Banach空间.

情形(a) $0 \le \int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta \le p_1 < 1, 1 \le r(t) \le \dfrac{1}{p_1}$. 设$A = \{x \in \Lambda | M_1 \le x(t) \le M_2, t \ge t_0\}$, 这里$M_1, M_2$是两个正常数且使得$p_1M_2 + \dfrac{M_1}{p_1} < \lambda < M_2$成立.

由(3)式, 选择$t_1 \ge t_0 + \mu$, 当$t \ge t_1$充分大时, 使得下面的(4)-(6)成立.

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_1 q_1(s) + |h(s)|]\mathrm{d}s \le \Phi(M_2) - \Phi(\lambda), \tag{4}$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_2 q_2(s) + |h(s)|]\mathrm{d}s \le \Phi(\lambda) - \Phi(p_1M_2 + \frac{M_1}{p_1}), \tag{5}$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s) + q_2(s)]\mathrm{d}s < \frac{1-p_1}{KL}. \tag{6}$$

接下来在A上定义算子T为

$$(Tx)(t) = \begin{cases} \dfrac{1}{r(t)}\{-\displaystyle\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta + \Phi^{-1}[\Phi(\lambda) + \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)} \\ \qquad \times(q_1(s)g_1(x(s-\tau)) - q_2(s)g_2(x(s-\sigma)) + h(s))\mathrm{d}s]\}, & t \ge t_1, \\ (Tx)(t_1), & t_0 \le t \le t_1. \end{cases}$$

显然T是连续的, 对于$t \ge t_1, x \in A$, 用到(4)式有

$$\begin{aligned}(Tx)(t) &\le \frac{1}{r(t)}\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda) + \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)g_1(x(s-\tau)) + h(s)]\mathrm{d}s\right]\right\} \\ &\le \Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda) + \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}(\beta_1 q_1(s) + |h(s)|)\mathrm{d}s\right] \\ &\le M_2,\end{aligned}$$

再用到(5)可得

$$\begin{aligned}(Tx)(t) &\ge \frac{1}{r(t)}\{-\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta \\ &\qquad + \Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda) - \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_2(s)g_2(x(s-\sigma)) - h(s)]\mathrm{d}s\right]\} \\ &\ge p_1\left\{-p_1M_2 + \Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda) - \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}(\beta_2 q_2(s) - |h(s)|)\mathrm{d}s\right]\right\} \\ &\ge M_1,\end{aligned}$$

这些表明$TA \subset A$, 由于A是Λ中有界的闭的紧集, 为了应用压缩映像原理, 必须说明T是A上的一个压缩算子. 对所有任意的$x_1, x_2 \in A$, 当$t \ge t_1$时,

$$\begin{aligned}&|(Tx_1)(t) - (Tx_2)(t)| \\ &\le \frac{1}{r(t)}\{\int_a^b p(t,\theta)|x_1(t-\theta) - x_2(t-\theta)|\mathrm{d}\theta \\ &\quad + \Phi^{-1}[\Phi(\lambda) + \int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}|q_1(s)g_1(x_1(s-\tau)) - q_2(s)g_2(x_1(s-\sigma)) + h(s)|\mathrm{d}s]\end{aligned}$$

$$-\Phi^{-1}[\Phi(\lambda)+\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)g_1(x_2(s-\tau))-q_2(s)g_2(x_2(s-\sigma))+h(s)]\mathrm{d}s]\}$$
$$\le\frac{1}{r(t)}\{p_1|x_1-x_2|+K\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)|g_1(x_1(s-\tau))-g_1(x_2(s-\tau))|$$
$$+q_2(s)|g_2(x_1(s-\sigma))-g_2(x_2(s-\sigma))|]\mathrm{d}s\},$$

根据(6)式有

$$|(Tx_1)(t)-(Tx_2)(t)|\le|x_1-x_2|(p_1+KL\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)+q_2(s)]\mathrm{d}s)$$
$$<|x_1-x_2|.$$

这表明上确界范数$||Tx_1-Tx_2||<||x_1-x_2||$, 并且说明$T$是$A$上的一个压缩映射. 则由Banach压缩映像原理可得方程(1)存在唯一的有界正解$\tilde{x}\in A$, 使得$T\tilde{x}=\tilde{x}$, 也就是

$$\tilde{x}(t)=\frac{1}{r(t)}\{-\int_a^b p(t,\theta)\tilde{x}(t-\theta)\mathrm{d}\theta+\Phi^{-1}[\Phi(\lambda)+\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(t)g_1(\tilde{x}(s-\tau))$$
$$-q_2(t)g_2(\tilde{x}(s-\sigma))+h(s)]\mathrm{d}s]\},$$

进一步得

$$\Phi(r(t)\tilde{x}(t)+\int_a^b p(t,\theta)\tilde{x}(t-\theta)\mathrm{d}\theta)=\Phi(\lambda)+\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(t)g_1(\tilde{x}(s-\tau))$$
$$-q_2(t)g_2(\tilde{x}(s-\sigma))+h(s)]\mathrm{d}s,$$

即有

$$[\Phi(r(t)\tilde{x}(t)+\int_a^b p(t,\theta)\tilde{x}(t-\theta)\mathrm{d}\theta)]'=\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}[q_1(t)g_1(\tilde{x}(s-\tau))$$
$$-q_2(t)g_2(\tilde{x}(s-\sigma))+h(s)]\mathrm{d}s,$$

根据性质1, 容易看出$\tilde{x}(t)$是方程(1)的一个非振动解.

情形(b) $-1<p_2\le\int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta\le 0, 1\le r(t)\le\frac{1}{-p_2}$. 设$A=\{x\in\Lambda|M_3\le x(t)\le M_4, t\ge t_0\}$, 这里$M_3, M_4$是两个正常数且使得$\frac{M_3}{-p_2}<\lambda<(1+p_2)M_4$成立. 由(3)式, 选择$t_1\ge t_0+\mu$, 当$t\ge t_1$充分大时, 使得下面(7)-(8)成立.

$$\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_1 q_1(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi((1+p_2)M_4)-\Phi(\lambda),\tag{7}$$
$$\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_2 q_2(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi(\lambda)-\Phi(-\frac{M_3}{p_2}),\tag{8}$$
$$\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)+q_2(s)]\mathrm{d}s<\frac{1+p_2}{KL}.$$

接下来在A上定义算子T为

$$(Tx)(t)=\begin{cases}\frac{1}{r(t)}\{-\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta+\Phi^{-1}[\Phi(\lambda)+\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)g_1(x(s-\tau)) \\ \qquad -q_2(s)g_2(x(s-\sigma))+h(s)]\mathrm{d}s]\},\ t\ge t_1, \\ (Tx)(t_1), \qquad t_0\le t\le t_1.\end{cases}$$

容易看出T是连续的, 对于$t\ge t_1, x\in A$, 由(7)有

$$(Tx)(t)\le\frac{1}{r(t)}\{-\int_a^b p(t,\theta)x(t-\theta)\mathrm{d}\theta$$
$$-\Phi^{-1}[\Phi(\lambda)+\int_t^{\infty}\frac{(s-t)^{\alpha}}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)g_2(x(s-\sigma))+|h(s)|]\mathrm{d}s]\}$$

$$
\begin{aligned}
&\le -p_2M_4+\Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda)+\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_1q_1(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\right]\\
&\le M_4,
\end{aligned}
$$

利用(8)式得

$$
\begin{aligned}
(Tx)(t)&\ge \frac{1}{r(t)}\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda)-\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_2(s)g_2(x(s-\tau))-h(s)]\mathrm{d}s\right]\right\}\\
&\ge -p_2\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda)-\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}(\beta_2q_2(s)-|h(s)|)\mathrm{d}s\right]\right\}\\
&\ge -p_2\left\{\Phi^{-1}\left[\Phi(\lambda)-\Phi(\lambda)+\Phi(-\frac{M_3}{p_2})\right]\right\}=M_3,
\end{aligned}
$$

这些表明$TA\subset A$. 由于剩下的证明过程与情形(a)证明类似, 故省略了.

情形(c) $1<p_4\le\int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta\le p_3<2p_4<+\infty, 2p_4\le r(t)\le 2p_3$, 设$A=\{x\in\Lambda|M_5\le x(t)\le M_6, t\ge t_0\}$, 这里$M_5,M_6$是两个正常数使得$p_3M_6+2p_3M_5<\lambda<2p_4M_6$成立. 由(3)式, 选择$t_1\ge t_0+\mu$, 当$t\ge t_1$充分大时, 使得

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_1q_1(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi(2p_4M_6)-\Phi(\lambda),$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_2q_2(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi(\lambda)-\Phi(p_3M_6+2p_3M_5),$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)+q_2(s)]\mathrm{d}s<\frac{2p_4-p_3}{KL}$$

成立, 由于剩下的证明过程与情形(a)证明类似, 故省略了.

情形(d) $-\infty<2p_5<p_6\le\int_a^b p(t,\theta)\mathrm{d}\theta\le p_5<-1, -2p_5<r(t)<-2p_6$, 令$A=\{x\in\Lambda|M_7\le x(t)\le M_8, t\ge t_0\}$, 这里$M_7,M_8$是两个正常数且使得$-2p_6M_7<\lambda<(-2p_5+p_6)M_8$成立. 由(3)式, 选择$t_1\ge t_0+\mu$, 当$t\ge t_1$充分大时, 使得

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_1q_1(s)d\tau+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi(-2p_5M_8+p_6M_8)-\Phi(\lambda),$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[\beta_2q_2(s)+|h(s)|]\mathrm{d}s\le\Phi(\lambda)-\Phi(-2p_6M_7),$$

$$\int_t^\infty \frac{(s-t)^\alpha}{\Gamma(\alpha+1)}[q_1(s)+q_2(s)d]\mathrm{d}s<\frac{p_6-2p_5}{KL}$$

成立, 由于剩下的证明过程与情形(b)证明类似, 故省略了.

§3 例

例 考虑分数阶带分布时滞微分方程

$$D_t^{\frac{1}{2}}[((x(t)+\int_2^4 \frac{2}{\mathrm{e}^4-\mathrm{e}^2}x(t-\theta)\mathrm{d}\theta)^{\frac{5}{2}})']+\mathrm{e}^{-t}x^3(t-1)-\mathrm{e}^{-3t}x^2(t-2)=4\sqrt{5}\mathrm{e}^{-\frac{5}{2}t}, \qquad (9)$$

这里$\alpha=\dfrac{1}{2}, 2\le\theta\le 4, \tau=1, \sigma=2, \Phi(u)=u^{\frac{5}{2}}, r(t)=1, p(t,\theta)=\dfrac{2}{\mathrm{e}^4-\mathrm{e}^2}$,
$q_1(t)=\mathrm{e}^{-t}, q_2(t)=\mathrm{e}^{-3t}, g_1(u)=u^3, g_2(u)=u^2, h(t)=4\sqrt{5}\mathrm{e}^{-\frac{5}{2}t}$.
容易看出$0<r(t)=1, \int_2^4 p(t,\theta)\mathrm{d}\theta<1, \int_{t_0}^\infty s^{\frac{1}{2}}\mathrm{e}^{-s}\mathrm{d}s<\infty, \int_{t_0}^\infty s^{\frac{1}{2}}\mathrm{e}^{-3s}\mathrm{d}s<\infty$,
$\int_{t_0}^\infty s^{\frac{1}{2}}4\sqrt{5}\mathrm{e}^{-\frac{5}{2}s}\mathrm{d}s<\infty$, 因此定理中情形(a)成立. 事实上, $x(t)=\mathrm{e}^{-t}$是方程(9)的非振动解.

参考文献:

[1] Kilbas A A, Srivastava H M, Trujillo J J. Theory and applications of fractional differential equations[A]. In: North-Holland Mathematics Studies, vol.204[C]. Amsterdam: Elsevier Science B.V., 2006.

[2] Diethelm K. The Analysis of Fractional Differential Equations[M]. Berlin: Springer, 2010.

[3] Zhou Yong, Zhang Binggen. Existence of nonoscillatory solutions of higher-order neutral differential equations with positive and negative coefficients[J]. Applied Mathematics Letters, 2002, 15: 867-874.

[4] Zhou Yong, Zhang Binggen, Huang Yunqing. Existence for nonoscillatory solutions of higher order neutral differential equations[J]. Czechoslovak Mathematical Journal, 2005, 55: 237-253.

[5] Zhang Weiping, Feng Wei, Yan Juran, Song Jinsheng. Existence of nonoscillatory solutions of first-order linear neutral delay differential equations[J]. Applied Mathematics and Computation, 2005, 49: 1021-1027.

[6] Candan T, Dahiya R S. Existence of nonoscillatory solutions of first and second order neutral differential equations with distributed deviating arguments[J]. Journal of the Franklin Institute, 2010, 347: 1309-1316.

[7] Candan T. The existence of nonoscillatory solutions of higher order nonlinear neutral differential equations[J]. Applied Mathematics Letters, 2012, 25: 412-416.

[8] Candan T. Existence of nonoscillatory solutions for system of higher order neutral differential equations[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2013, 57: 375-381.

[9] Liu Youjun, Zhang Jianwen, Yan Jurang. Existence of nonoscillatory solutions for system of higher-order neutral differential equations with distributed deviating arguments[J]. Discrete Dynamics in Nature and Society, 2013, 2013: 1-8.

[10] 刘有军, 张建文, 燕居让, 带分布时滞高阶中立型微分方程非振动解的存在性[J]. 应用数学学报, 2015, 38(2): 235-243.

[11] Candan T. Existence of nonoscillatory solutions of first-order nonlinear neutral differential equations[J]. Applied Mathematics Letters, 2013, 26: 1182-1186.

[12] Zhou Yong, Ahmad B, Alsaedi A. Existence of nonoscillatory solutions for fractional functional differential equations[J]. Bulletin of the Malaysian Mathematical Sciences Society, 2017, 2017: 1-16.

Existence of nonoscillatory solutions for fractional differential equations with positive and negative coefficients

ZHAO Huan-huan, LIU You-jun, KANG Shu-gui

(School of Mathematics and Statistics, Shanxi Datong University, Datong 037009, China)

Abstract: In this paper, the fractional order neutral differential equations with positive and negative coefficients were investigated, and obtained a new sufficient condition for the existence of nonoscillatory solutions using the Banach contraction mapping principle.

Keywords: fractional order; Liouville derivative; distributed delays; nonoscillatory solutions; fixed point theorem

MR Subject Classification: 34K15; 35K99